Βαθμίδα Εκπαίδευσης	Λύκειο
Γνωστικό Αντικείμενο	Γεωμετρία
Ισχύον ΠΣ / Τάξη	Α΄ Λυκείου
Ισχύον ΠΣ / Κεφάλαιο / Παράγραφος	Κεφάλαιο 4 (Παράλληλες ευθείες) / Άθροισμα γωνιών τριγώνου (§4.6)
Νέο ΠΣ / Τάξη	Α΄ Λυκείου
Νέο ΠΣ / Θεματικό Πεδίο / Θεματική Ενότητα	Κεφάλαιο 1 (Παράλληλες ευθείες) / Άθροισμα γωνιών τριγώνου (§1.2 ή §1.3, ανάλογα με το διδακτικό πακέτο)
Διάρκεια	1 διδακτική ώρα (45΄)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ) Νέου Προγράμματος Σπουδών (ΝΠΣ)

Γ.Ε.10.3. Αποδεικνύουν ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι ίσο με μία ευθεία γωνία (180°).

Γ.Ε.10.6. Χρησιμοποιούν ιδιότητες των παράλληλων ευθειών για την επίλυση μαθηματικών και ρεαλιστικών προβλημάτων. *(Προαπαιτούμενο: Γ.Ε.10.2, γωνίες που σχηματίζουν παράλληλες ευθείες όταν τέμνονται από τρίτη.)*

Στόχοι της ώρας – στο τέλος ο μαθητής μπορεί:

1. Να διατυπώνει εικασία για το άθροισμα των γωνιών τριγώνου μέσα από πείραμα και να εξηγεί γιατί η μέτρηση δεν αρκεί ως απόδειξη.
2. Να αποδεικνύει ότι Α+Β+Γ = 180°, αιτιολογώντας κάθε βήμα με ιδιότητες παραλλήλων.
3. Να υπολογίζει άγνωστες γωνίες (ορθογώνιο τρίγωνο, εξωτερική γωνία, γωνία ύψους–διχοτόμου).

Προτάσεις – Δραστηριότητες του εμπλουτισμένου ΝΠΣ & του Οδηγού Εκπαιδευτικού (https://www.iep.edu.gr/nea-programmata-spoudon/)

1. **Σχέση γωνιών που ορίζονται από στοιχεία τριγώνου με τις γωνίες του τριγώνου** (π.χ. γωνία ύψους και διχοτόμου): αξιοποιείται στο πρόβλημα της Φάσης ΙΙΙ.
2. **Συσχέτιση των γωνιών που προκύπτουν κατά την ανάλυση δυνάμεων στη Φυσική** (π.χ. στο κεκλιμένο επίπεδο): πρόταση σύνδεσης με τη Φυσική, ως συζήτηση ή εργασία.
3. **Παιδαγωγική οργάνωση της ώρας:** ομαδοσυνεργατική εργασία με ρόλους, διαφοροποιημένα φύλλα εργασίας, μέτρα συμπερίληψης και διαμορφωτική αξιολόγηση (αναλύονται στις Φάσεις Ι–ΙV).

Διαθέσιμοι εκπαιδευτικοί πόροι από το πολλαπλό βιβλίο (ΨΜΑ, δραστηριότητες, κ.ά.):

- *Διδακτικά πακέτα Γεωμετρίας Α΄ Λυκείου: 1ο (Δεληγιάννη κ.ά., §1.2), 2ο (Ρεκούμη κ.ά., §1.2), 3ο (Αντωνόπουλου κ.ά., §1.3), 4ο (Βαρούχα κ.ά., §1.2).*
- σύνδεσμος 1: ΨΜΑ «Άθροισμα γωνιών τριγώνου με tangram» https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/34402
- σύνδεσμος 2: GeoGebra απόδειξης (άθροισμα γωνιών τριγώνου) https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/3092
- σύνδεσμος 3: ΨΜΑ «Το άθροισμα γωνιών ενός τριγώνου με τρεις διαφορετικούς τρόπους» https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/34349
- σύνδεσμος 4: ΨΜΑ «Απόδειξη με λίγα λόγια» https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/43688
- σύνδεσμος 5: ΨΜΑ «Γωνία εσωτερικών διχοτόμων» https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/34416
- σύνδεσμος 6: ΨΜΑ «Ασκήσεις αθροίσματος γωνιών τριγώνου» https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/34355
- σύνδεσμος 7: ΨΜΑ προέκτασης: άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/16663
- σύνδεσμος 8: ΨΜΑ «Εφαρμογή στο άθροισμα γωνιών τριγώνου» https://ebooksdl.cti.gr/view?item=20.500.14040/5108

Φάση Ι – 8΄ Εισαγωγική δραστηριότητα για τη δημιουργία εικασίας ότι «το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 180°» και της ανάγκης για απόδειξη	**Οργάνωση:** Ο εκπαιδευτικός χωρίζει την τάξη σε ομάδες 3–4 ατόμων μεικτής ετοιμότητας. Κάθε μέλος έχει ρόλο (συντονιστής, γραμματέας, υπεύθυνος υλικού ή GeoGebra, εκπρόσωπος η ρόλους που επιλεγεί ο εκπαιδευτικός) και οι ρόλοι εναλλάσσονται, για *να εργάζονται και να μιλούν όλοι, όχι μόνο οι πιο γρήγοροι.* **Πείραμα:** Όλες οι ομάδες δουλεύουν με το ΨΜΑ tangram (Σύνδεσμος 1): μετακινούν τα κομμάτια του τριγώνου ώστε οι τρεις γωνίες του να ενωθούν σε ένα σημείο. Όποια ομάδα δεν έχει συσκευή, κάνει το ίδιο, με χάρτινο τρίγωνο, διπλώνουν χάρτινο τρίγωνο ώστε οι τρεις γωνίες του να ενωθούν σε ένα σημείο (3ο διδακτικό πακέτο (Αντωνόπουλου κ.ά.), σελ. 31 Μικροπείραμα). Γράφουν την εικασία τους και την δείχνουν σηκώνοντας έγχρωμη κάρτα: 90° / 180° / 360° / «εξαρτάται». Στη συνέχεια εξετάζουν πλακόστρωτο από ίδια τριγωνικά πλακάκια. Γράφουν την εικασία τους και την δείχνουν σηκώνοντας έγχρωμη κάρτα: 90° / 180° / 360° / «εξαρτάται». (4ο διδακτικό πακέτο (Βαρούχα κ.ά.), σελ. 21, Δραστηριότητα) Ο εκπαιδευτικός δεν δίνει την απάντηση· κυκλοφορεί ανάμεσα τους, ρωτά τους μαθητές «πώς το σκέφτηκες;» και καταγράφει παρατηρήσεις. Μετά θέτει το κεντρικό

	ερώτημα: «Ισχύει για ΟΛΑ τα τρίγωνα; Αρκεί να μετρήσουμε μερικά;» Προτείνεται διαμορφωτική αξιολόγηση καθώς ο εκπαιδευτικός με τις κάρτες και μία ερώτηση («Αν δύο παράλληλες τέμνονται από τρίτη, ποιες γωνίες είναι ίσες;») βλέπει το επίπεδο της τάξης. Έτσι *χωρίς να εκτίθεται κανείς, ο εκπαιδευτικός αντιλαμβάνεται αν χρειάζεται 1΄ υπενθύμιση των εντός εναλλάξ γωνιών πριν την απόδειξη.*
Φάση ΙΙ – 17΄ Αποδεικτική διαδικασία: από την εικασία στο Θεώρημα, με διαφοροποιημένη υποστήριξη	**Η ομάδα βρίσκει την απόδειξη (12΄).** Με το GeoGebra της απόδειξης (Σύνδεσμος 2) βρίσκουν ποιες γωνίες είναι ίσες με τις Α, Β, Γ. Φέρνουν από το Α την παράλληλη xy προς τη ΒΓ και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180°. Στη συνέχεια προτείνεται η χρήση διαφοροποιημένη διδακτικής προσέγγισης με φύλλο εργασίας που αντιστοιχεί σε 3 επίπεδα ετοιμότητας. Επίπεδο 1: κάρτες με τα βήματα της απόδειξης σε λάθος σειρά· η ομάδα τις βάζει σε σειρά και εξηγεί γιατί. Επίπεδο 2: πίνακας «Δηλώσεις–Αιτιολογήσεις» με κενά (3ο διδακτικό πακέτο (Αντωνόπουλου κ.ά.), σελ. 32). . Επίπεδο 3: γράφουν όλη την απόδειξη και βρίσκουν δεύτερο τρόπο με εξωτερική γωνία (Σύνδεσμος 3). Όποιος χρειάζεται επιπλέον στήριξη βλέπει το ΨΜΑ «Απόδειξη με λίγα λόγια» (Σύνδεσμος 4). Έτσι κάθε μαθητής δουλεύει ούτε σε πολύ εύκολο ούτε σε πολύ δύσκολο επίπεδο. **Παρουσίαση (5΄).** Δύο ομάδες παρουσιάζουν. Ο εκπαιδευτικός διατυπώνει επίσημα το Θεώρημα και τα πορίσματα: οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου έχουν άθροισμα 90° και η εξωτερική γωνία ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών. Έτσι *οι μαθητές μαθαίνουν να τεκμηριώνουν και να ελέγχουν επιχειρήματα.*
Φάση ΙΙΙ – 13΄ Εφαρμογή σε προβλήματα, με διαφοροποίηση επιπέδου και μέτρα συμπερίληψης	**1ο πρόβλημα:** «Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι Β = 70° και Γ = 40°. Βρες τις γωνίες που σχηματίζουν το ύψος ΑΔ ($\widehat{BA\Delta}$) και η διχοτόμος ΑΕ ($\widehat{\Gamma AE}$). Στην συνέχεια βρες την γωνία $\widehat{\Delta AE}$» **2ο πρόβλημα** Βρες την γωνία εσωτερικών διχοτόμων (Σύνδεσμος 5)· Ο εκπαιδευτικός δίνει 2΄ βοήθεια στην ομάδα που δυσκολεύεται. Προτείνεται επίσης η μελέτη σχετικού παραδείγματος (Σύνδεσμος 8) Χρήσιμη είναι η χρήση εργαλείων συμπερίληψης ώστε να συμμετέχει κάθε μαθητής: το ίδιο θέμα με χειραπτικό, ψηφιακό και λεκτικό υλικό• ίσες γωνίες με χρώμα ΚΑΙ σύμβολο (τόξα), για όσους δεν ξεχωρίζουν χρώματα• εικονογραφημένο λεξιλόγιο («εντός εναλλάξ») για όσους δυσκολεύονται στη γλώσσα• καθαρά σχήματα και μεγάλη γραφή• ζεύγη υποστήριξης, επιπλέον χρόνος, απάντηση προφορικά ή γραπτά.
Φάση ΙV – 7΄ Ανακεφαλαίωση και αξιολόγηση	*Η αξιολόγηση δεν αφορά τον βαθμό, λειτούργει σε μορφή αποτίμησης και δείχνει σε μαθητές και εκπαιδευτικό τι έχει μάθει ο καθένας και τι χρειάζεται ακόμα* **1. Κάρτα εξόδου (4΄, ατομικά).** Κάθε μαθητής απαντά γραπτά σε χαρτάκι. Υποχρεωτικά: «Ο Νίκος μέτρησε τις γωνίες 5 τριγώνων και βρήκε πάντα 180°. Έχει αποδείξει το θεώρημα; Εξήγησε.» Επιλέγει και ένα από: (α) Σωστό/Λάθος με αιτιολόγηση: «υπάρχει τρίγωνο με δύο αμβλείες γωνίες»· (β) οι γωνίες τριγώνου είναι 2x, 3x και x+30°, βρες πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία. Έτσι ο εκπαιδευτικός αντιλαμβάνεται *εάν ο καθένας ξεχωριστά (όχι μόνο η ομάδα) έχει εμπεδώσει τις διδασκόμενες έννοιες.* **2. Αυτοαξιολόγηση με «φανάρι» (2΄).** Για κάθε στόχο (από 1 έως 3) ο μαθητής βάζει χρώμα: πράσινο = το κατάφερα και μπορώ να το εξηγήσω, πορτοκαλί = το κατάφερα με βοήθεια, κόκκινο = δεν το κατάλαβα. Έτσι ο μαθητής *μαθαίνει να καταλαβαίνει μόνος του τι ξέρει, και ο εκπαιδευτικός παρατηρεί ποιους στόχους χρειάζεται να επαναπροσεγγίσει. .* **3.Ανακεφαλαίωση (1΄):** δύο μαθητές λένε σε μία πρόταση τι αποδείξαμε και με ποια ιδιότητα. **4. Μετά το μάθημα, ο εκπαιδευτικός** διαβάζει τις κάρτες, τις χωρίζει σε τρεις στοίβες (το κατάφεραν / μικρά λάθη / δεν κατάλαβαν) και γράφει σύντομο σχόλιο. Στην επόμενη διδακτική ώρα κάνει μικρή ομάδα υποστήριξης για όσους δυσκολεύτηκαν και δίνει πρόκληση σε όσους τα πήγαν καλά.
Φάση V Ανάθεση εργασιών	1. Σύνδεσμος 6: ΨΜΑ «Ασκήσεις αθροίσματος γωνιών τριγώνου», σε διαφορετικα επίπεδα δυσκολίας.. 2. Σύνδεσμος 7: προέκταση – εικασία για το άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου (Γ.Ε.10.7). 3. Επιλεγμένες ασκήσεις από τα διδακτικά πακέτα.